

Prof. Dr. Alfred Toth

Zur Arithmetik der Relationalzahlen

1. Im folgenden beschränken wir uns auf die Addition (und die aus ihr folgende konverse Subtraktion) unter den Grundrechenarten für Relationalzahlen (vgl. Toth 2015a, b). Zu dieser völlig neuen Art von "Einbettungszahlen" gibt es bisher fast gar keine Untersuchungen.

2.1. Adjazente Relationalzahlen

$(0, 1)$	$(1, 0)$	$(0_1, 1_1)$	$(1_1, 0_1)$
$(0_{-1}, 1_{-1})$	$(1_{-1}, 0_{-1})$	$(0, 1)$	$(1, 0)$

Für die Addition gilt

$$(0, 1) + (1, 0) = (1, 1)$$

$$(0, 1) + (0_1, 1_1) = ((0, 0_1), (1, 1_1))$$

$$(0, 1) + (1_1, 0_1) = ((0, 1_1), (1, 0_1)), \text{ usw.}$$

$$(0_{-1}, 1_{-1}) + (1_{-1}, 0_{-1}) = (1_{-1}, 1_{-1})$$

$$(0_{-1}, 1_{-1}) + (0, 1) = ((0_{-1}, 1_{-1}), 0), (0_{-1}, 1_{-1}, 1))$$

$$(0_{-1}, 1_{-1}) + (1, 0) = ((0_{-1}, 1_{-1}), 1), (0_{-1}, 1_{-1}, 0)), \text{ usw.}$$

Falls zwischen positiven und negativen Relationzahlen unterschieden wird, kann der Einbettungsgrad gleich 0 werden

$$(0_{-1}, 1_{-1}) + (0_{+1}, 1_{+1}) = (0, 1).$$

2.2. Subjazente Relationalzahlen

$$(0 \leftarrow 1_{-1}) \quad (1_{-1} \rightarrow 0)$$

$$(0_{-1} \leftarrow 1) \quad (1 \rightarrow 0_{-1})$$

Für die Addition gilt

$$(0 \leftarrow 1_{-1}) + (1_{-1} \rightarrow 0) = (1, 1)$$

$$(0 \leftarrow 1_{-1}) + (0_{-1} \leftarrow 1) = (1, 0)$$

$$(0 \leftarrow 1_{-1}) + (1 \rightarrow 0_{-1}) = (0, 1)$$

2.3. Transjazente Relationalzahlen

$$(0, 1_{-1}) \quad (1_{-1}, 0)$$

$$(0_{-1}, 1) \quad (1, 0_{-1})$$

Für die Addition gilt

$$(0, 1_{-1}) + (1_{-1}, 0) = (1_{-1}, 1_{-1})$$

$$(0, 1_{-1}) + (0_{-1}, 1) = (0_{-1}, 1_{-1})$$

$$(0, 1_{-1}) + (1, 0_{-1}) = (1, 1_{-1})$$

Man beachte, daß die Summe $(0, 0)$ durch die Additionen der drei ortsfunktionalen Zählweisen nicht erreichbar ist. Falls die Körpermultiplikation für Relationalzahlen gilt, könnte sie auf diese Weise herstellbar sein. Um diese und viele weitere arithmetische Fragen zu klären, sind jedoch umfangreiche Untersuchungen nötig.

Literatur

Toth, Alfred, Einbettungstheoretische Semiotik I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Semiotische Operationen und ortsfunktionale Zählweisen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

20.6.2015